Exercice n°1:

I // Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3 + 3x^2 + 1$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1°/ a) Montrer que I(-1,3) est un centre se symétrie se C puis écrire une équation de la tangente T à C en I

1°/ $a = -1$; $2a - x = -2 - x$

$b = 3$

* $D_f = \mathbb{R}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$; $2a - x = -2 - x \in \mathbb{R}$

* $f(2a-x) + f(x)$

$= f(-2-x) + f(x)$

$= (-2-x)^3 + 3(-2-x)^2 + 1 + x^3 + 3x^2 + 1$

$= -(2+x)^3 + 3(2+x)^2 + 1 + x^3 + 3x^2 + 1$

$= -(8 + 12x + 6x^2 + x^3) + 3(4 + 4x + x^2) + x^3 + 3x^2 + 2$

$= -x^3 - 6x^2 - 12x - 8 + 3x^2 + 12x + 12 + x^3 + 3x^2 + 2$

$= 6 = 2b$

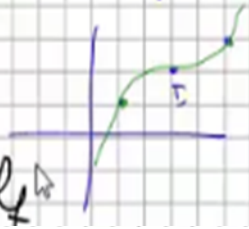
I(-1,3), centre de symetrie de C_f

Centre de symetrie
f une fct definie sur un intervalle I et C sa courbe.

I(a,b) est un centre de symetrie de C

$\Leftrightarrow \begin{cases} \cdot \forall x \in I ; 2a - x \in I \\ * f(2a-x) = 2b - fx \end{cases}$

* $f(2a-x) + f(x) = 2b$



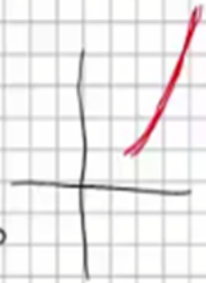
c) Branches infinis.

. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ alors on calcule $\lim_{+\infty} \frac{f(x)}{x}$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^3 + 3x^2 + 1}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{x} = \lim_{+\infty} x^2 = +\infty$

C_f admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction $(O, \vec{j})$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{-\infty} \frac{x^3}{x}$

$= \lim_{-\infty} x^2 = +\infty$

C_f admet au voisinage de $-\infty$ une branche parabolique de direct $(O, \vec{j})$